THOMÆ HOBBES
QUADRATURA CIRCULI,
CUBATIO SPHÆRÆ,
DUPLICATIO CUBI;
Confutata.

Authore *JOHANNE WALLIS* S. T. D.
Geometriæ Professore SAVILIANO.

OXONIÆ.
Typis LICHFIELDIANIS Acad. Typographi.
Impensis THO. GILBERT, A. D. 1669.

HOBBIANÆ
Quadraturæ Circuli, Cubationis Sphæræ, & Duplicationis Cubi,
Confutatio.

ACcepi per Veredarium heſternâ nocte, *Hobbii Schediaſma* novum, ſolitis refertum nugis: Quarum Confutationem (cum longâ non indigeant) hodie viſum eſt prelo ſubjicere (*Junii* 3. 1669.) Quò autem ea magis ſit perſpicua; Textum *Hobbii* verbatim repeto, brevibus ſtricturis indicans ubi peccat demonſtratio.

Quadratura Circuli, Cubatio Sphæræ, Duplicatio Cubi, breviter demonſtrata. Auct. Tho. Hobbes.

PROP. I.

Circulo dato Quadratum invenire æquale.

SIt (in Figura prima) Circulus datus *BCDE*, cujus centrum *A*, diviſus quadrifariam à diametris *BD*, *CE*. Circulo huic circumſcribatur quadratum *FGHI*, quod tangit circulum in punctis *B*, *C*, *D*, *E*. Ducantur diagonales *GI*, *HF*, ſecantes circulum in punctis *K*, *L*, *M*, *N*. Secetur ſemilatus *CG* bifariam in *O*, ducaturque *AO* ſecans circulum in *P*. Per punctum *P* ducatur recta ϙR parallela *GH*, ſecans *AG*, *AH* in ϙ & *R*, & *AC* in ϒ; compleaturque quadratum ϙRSϒ. Dico quadratum ϙRSϒ æquale eſſe Circulo *BCDE* dato.

Hactenus Conſtructio. Sequitur Demonſtratio.

Quoniam enim recta *CG* ſecta eſt bifariam in *O*, & triangulorum *ACG*, *A*ϒϙ baſes *CG*, ϒϙ ſunt parallelæ, etiam baſis ϒϙ ſecta eſt bifariam in *P*, & proinde triangula *A*ϒ*P*, *AP*ϙ ſunt æquàlia.

In arcu *LC* ſumatur arcus *LV* æqualis arcui *CP*, ducaturque *AV*, ſecans ϒ*P* in *X*.

Jam *APL*+*P*ϙ*L*+*C*ϒ*P* = *AVL* = *ACP* (quia *APL*+*P*ϙ*L* = *A*ϒ*P*.) Item *ACV*+*AVP* = *AÇP* = *AVL*.

Quare $APL+PQL+CYP = ACV+AVP$.

Ablatis igitur utrinque æqualibus APL, ACV, reſtant $PQL+CYP = AVP$.

Quoniam ergo AVP Sector additus Sectoribus ACV, &c. P æqualibus facit Sectorem integrum ACL, etiam duo trilinea PQL, CYP addita iiſdem Sectoribus ACV, ALP æqualibus facient duo triangula æqualia Sectori eidem ACL.

Non quidem *facient Duo Triangula*, (ut ut duobus Triangulis æqualia eſſe poſſint,) Quanquam enim $PQL + ALP$ faciant triangulum APQ, reliqua tamen $CYP + ACV$ nullum facium triangulum. Sed, eſto. Quid porro?

Jam trilineum PQL additum Sectori ALP facit triangulum APQ. Et (quia ALP, ACV Sectores ſunt æquales, & triangula AVP, APQ æqualia) trilineum idem PQL additum Sectori ACV facit triangulum AVP.

Dixiſſet, *æqualia ſunt* Triangulo AVP, (non enim hoc *faciunt*.) Sed perinde eſt.

Demonſtratio hactenus, falſa non eſt: ſed tota ſuperflua & nullius uſus (niſi ut lectorem turbet) nam quod proxime ſequitur (omiſſa voce *ergo*) per ſe liquet (magis quam ex hac probatione) & rectius incepiſſet Demonſtrationem.

Si ergo PQL, CYP ſunt æqualia, totum triangulum AVQ æquale erit Sectori integro ACL. Sin PQL ſit majus vel minus quam CYP, triangulum AVQ erit majus vel minus Sectore ACL.

Nempe, propter $ALPV$ commune. Atque hactenus quidem rectè, ſed nihil ad Rhombum: (Nam hoc idem ſimiliter continget, ubicunq; in CL ſumatur P.) Proxima falſa ſunt.

Aut ergo in triangulo ACG triangulum rectangulum, cujus vertex ſit A, æquale Sectori ACL ſumi nullum poteſt, aut PQL, CYP ſunt æqualia.

Hoc gratis aſſeritur, (neque enim quicquam obtenditur in Probationem.) Quid autem impedit, quin (ſi hoc non ſit) aliud ſaltem triangulum Rectangulum (cujus Latus QV, ſit vel paulo ſupra vel paulo infra punctum P,) ſit Sectori ACL æquale? Et quidem (quod aliunde ex abundanti demonſtrabitur) quò hoc fiat, ducenda erit recta QV, non per ipſum P punctum, ſed paulò inferius. Eſt enim $AVPQ$ juſto majus. Sed (hoc miſſo) ſatis eſt ad confutationem, Propoſitionem illam Diſjunctivam, non eſſe demonſtratam, (ſed neque demonſtrari poſſe, quippe falſam:) Non enim mihi incumbit probare, falſam eſſe; ſed illi incumbit (quod tamen nunquam præſtabit) probare, eſſe veram.

Quorum prius eſt abſurdum.

Recte,

Recte. Sed (propter falsam majorem Propositionem illam disjunctivam) falsa quæ sequuntur. Nempe,

Sunt ergo PQL, CYP æqualia; quorum alterum PQL totum prominet extra Sectorem ACL, alterum nempe CYP totum in eodem Sectore ACL est immersum.

Quare triangula AYP, APQ simul sumpta, id est octava pars totius quadrati $QRST$, æqualia sunt duobus Sectoribus ACP, APL simul sumptis, id est octavæ parti totius circuli $BCDE$ dati; & totum quadratum $QRST$ æquale circulo integro $BCDE$.

Inventum est ergo Circulo dato Quadratum æquale.

Imo, inquam, Ergo PQL, CYP, non sunt æqualia, (sed PQL majus;) Adeoque $AYP+APQ$ non sunt æqualia sectoribus $ACP+APL$: & propterea, Non est inventum, Quadratum Circulo æquale.

Quòd autem Quadratum suum Circulo majus sit, sic (ex abundanti) probo. Propter $AO.AP :: AC.AY :: OC.PY$. adeoque (propter figuras similes in homologorum laterum ratione duplicata,) $AOq.APq :: ACO.AYP$. posito radio AP vel $AC = R$, adeoque $CO = \frac{1}{2}R$; erit $APq = Rq$, & $AOq = \frac{1}{8}Rq$; & Triangulum $ACO = \frac{1}{16}Rq$. Ergo $AYP = \frac{1}{32}Rq$, & $AYQ = \frac{1}{16}Rq$, & (hujus octuplum) Quadratum $QRST = \frac{1}{2}Rq$. Est autem (per demonstrata ab *Archimede*) Peripheria Circuli ad diametrum, minor quam ut 22 ad 7; adeoq; ad Radium, minor quam ut 44 ad 7: & propterea, Circulus minor quam $\frac{1}{2}R \times \frac{44}{7}R = \frac{22}{7}Rq$. Cum ergo $\frac{22}{7}$ minus sit quam $\frac{1}{2}$; hoc est 110, minus quam 112; Erit Circulus $BCDE$, minor quam quadratum $RQTS$; Quæ perhibet *Hobbius*, invicem esse æqualia.

Atq; hoc subverso; reliqua simul ruunt: utpote quæ hoc fundamento nituntur omnia.

Cor. Si Centro A semidiametro Ab quæ sit media proportionalis inter latus AC & ipsius dimidium, describatur arcus circuli secans AO in b & AV in c, & AG in h, erit tum Sectorculus Abc, tum quadrilineum $VPbc$, æquale trilineo CYP. Præterea, si a puncto b ad latus AC ducatur perpendicularis be, erit trilineum bbe dimidium trilinei CYP.

Corollarium hoc, procedit tantum ex suppositione quod PQL, PYC, sint tum inter se æqualia: tum, simul sumpta, æqualia ipsi PAV; (adeoq; eorum utrumvis, hujus dimidio) Quorum utrumq; falsum esse, jam ostenditur.

Corol. 2. Sequitur etiam, Excessum quadrati $ABGC$ supra quadrantem ABC esse ad excessum quadrantis ejusdem supra dimidium quadrati $ABGC$ ut 2 ad 3.

Ducta enim a puncto L ad latus AC perpendiculari Lh, erit triangulum ALh, dimidium trianguli AGC.

Jam triangulum AGC ad triangulum AYQ est ut 5 ad 4.

Ergo

Ergo trapezium *CYQG* est 1, quorum triangulum *AGC* est 5, & triangulum *AYQ* 4, & triangulum *ALh* $2\frac{1}{2}$. Et quia triangulum *AYQ* Sectori *ACL* est æquale, triangulum *AGC* est 5, quorum Sector *ACL* est 4.

Ergo trilineum *CLG* est 1, quorum Sector *ACL* est 4; idemque trilineum *CLG* æquale est trapezio *CYQG*.

Quoniam ergo triangulum *ALh* est $2\frac{1}{2}$, quorum Sector *ACL* est 4, erit trilineum *CLh* $1\frac{1}{2}$ quorum trilineum *CLG* est 1, & trilineum *CLBG* (ipsius *CLG* duplum) 2 (qui est Excessus quadrati *ABGC* supra quadrantem *ABC*) & trilineum *CLh* duplicatum (nempe excessus quadrantis *ABC* supra *ALh* duplicatum) erit 3 quorum trilineum *CLBG* est 2. Est ergo excessus quadrati *ABGC* ad excessum quadrantis supra dimidium quadrati *ABGC* ut 2 ad 3. Quod erat demonstrandum.

Procedit hoc, ex suppositione, quod Triangulum *AYQ* sit æquale *ACL*, (adeoq; *CLG*=*CYQG*,) quod falsum est.

PROP. II.

Cubus a latere QR æqualis est Sphæræ a Diametro CE.

SI enim (supposito quod planum quadrati *FGHI* sit in Horizonte) erigantur in punctis *C*, *Y*, *P*, *Q*, *L*, *c*, *B*, *γ*, *T*, *K*, *δ*, *E*, *p*, *ε*, *S*, *N*, *ζ*, *D*, *η*, *R*, *M*, *θ*, perpendiculares altitudine quanta est recta *AC* supra Horizontem, planum ductum per illarum terminos erit quadrato *FGHI* parallelum, & distinctum partibus iisdem quibus distinguitur quadratum ipsum *FGHI* in dictis punctis. Atque idem continget si eædem perpendiculares productæ sint ad eandem altitudinem *AC* infra Horizontem.

Similiter si in punctis *Q*, *P*, *θ*, *R*, *η*, *ζ*, *S*, *ε*, *δ*, *T*, *γ*, *c*, in altitudine *AY* erigantur perpendiculares supra Horizontem, planum ductum per illarum terminos erit quadrato *QRST* parallelum. Atque idem continget etiam infra Horizontem. Eruntque facti duo Cubi quorum latera sunt *GH* & *QR*. In Cubo autem cujus latus est *QR* erunt quatuor solida sub altitudine *QR*, & plano trilineo *PQc*, quæ erunt tota extra Sphæram cujus diameter est *CE*. Et alia quatuor sub eadem altitudine (nam plana erecta per latera *QR*, *RS*, *ST*, *TQ* Sphæram secantia faciunt sectiones easdem cum trilineis *PCθ*, *PQc*) & base trilinea *PCθ* æquali trilineo *PQc*, quæ erunt tota intra Sphæram cujus diameter est *CE*. Quare Cubus à latere *QR* tantum extat extra Sphæram à diametro *CE* ex una parte, quantũ Sphæra à diametro *CE* excedit Cubum à latere *QR* ex altera parte. Sunt ergo Cubus à latere *QR* & Sphæra à diametro *CE* inter se æquales.

Propositio hæc est, multis nominibus falsa.

Primo, quia procedit ex suppositione Quod *Quadratum* QRST, *æquale est Circulo* BCDE, Quod falsum est.

Secundo, Dato quod illud verum esset; hæc tamen Propositio esset falsa. Notum enim est, Cylindrum Sphæræ circumscriptum, æqualem esse Circulo (eodem radio descripto) in diametrum ducto; adeoq; (cum Sphæra sit ad Cylindrum ut 2 ad 3, per *Archimedis* demonstra

ta

ta) Sphæra ipsa æquabitur eidem Circulo in Diametri Bessem ducto. Hoc est (si constaret *Hobbii* Prop. 1.) Quadrato $QRST$ in $\frac{3}{4}CE$. Est autem (inquit ille) *Sphæra Diametri CE, æqualis Cubo lateris QR*; hoc est, ipsi $QRST$ quadrato, in QR ducto. Esset ergo, $QR=\frac{3}{4}CE$. Hoc est, $AY=\frac{3}{4}AC$; seu AY ad AC, ut 2 ad 3: adeoq; (in laterum ratione duplicata) Triangulum ACG ad Triangulum AYQ (non, ut ille priùs ostenderat, ad Prop. præced. ut 5 ad 4, sed) ut 9 ad 4. Neque igitur vera est hæc propositio, sed neq; cum præcedente convenit.

Tertiò; Demonstratio ejus ridicula est. Si Quadrato $FGHI$ insistat solidum (sub, vel supra, vel partim sub partim supra, perinde est) altitudinem habens $2AC=GH$; & Quadrato $QRST$ aliud, altitudinem habens $2AY=QR$: fient, inquit, duo Cubi, laterum GH, & QR (quod verum est.) Verum etiam est quòd *in Cubo cujus latus est*, QR, *sint quatuor solida ex PQc in* QR, *extra Sphæram tota.* Dum verò addit, *& alia quatuor sub* PCθ *in* QR; plane falsus est: Quippe hæc *in Cubo* non sunt, sed extra Cubum illum; atq; hoc, credo, est quod dictum vellet, (propter sequentia,) utut aliter dictum sit. Quod autem dicit, *Trilineum PCθ* (dixisset *Bilineum*) *æquale Trilineo PQc*; erratum est ex Prop. præced. huc transmissum. Sed demus tantisper sic esse. Quid porro? *Quare Cubus*, inquit, *a latere QR tantum extat extra Sphæram ex una parte, quantum Sphæra excedit Cubum ex altera parte.* Quod satis absurde dictum est. De Cylindro quidem hæc fuissent vera (dummodo esset, quod ex Prop. præced. assumitur, $PCθ=PQc$;) quoniam, tum quicquid ipsi $PCθ$ insistit, est intra Cylindrum, sed extra Cubum; tum quicquid insistit ipsi PQc, extra Cylindrum, sed intra Cubum; (quæ itaq; se compensarent mutuò;) reliquis manentibus tum Cubo, tum Cylindro communibus. Ut autem hoc de Sphærâ quis cogitaret, mirum est; nisi qui Sphæram inter & Cylindrum nesciat distinguere. Quis enim non videt, (propter convergentem Sphæræ fornicem) non modo Cylindrum, ipsi PQc insistentem, extra Sphæram esse, sed omne illud quod Cylindro huic & Sphæræ interjacet: contra verò, non totum illum ipsi $PCθ$ insistentem Cylindrum, intra Sphæram recipi (quo compensetur quod extra relictum est) sed exiguam illius partem quæ basi adjacet; reliquis extra Sphæræ fornicem relictis.

Quarto, Si nondum hæc essent satis superque; monendus porro esset, Cylindrum $PCθ$ (cum extra Cubum interiorem sit, & exterioris pars) altitudinem non habere (per constructionem) æqualem rectæ QR, (quod supponit ejus argumentatio;) sed GH: atq; hoc quidem, si totus hic Cylindrus (quod vult ejus demonstratio) intra sumendus esset, suâ æqualium compensationem turbaret, totamq; everteret demonstrationem. Sin dicas

dicas; nihil hinc mali jam metuendum esse, (propter amputatas partes superiores.) Verum quidem hoc est (eâdem ratione quâ non possit quispiam mortuum occidere:) Sed & simul verum erit (quod & aliunde manifestum est,) totam illam constructionis partem, quæ spectat Cubum laveris *GH*, (quæ totius demonstrationis plusquam trientem conficit, & fere dimidium,) supervacaneam planè esse, & nulli usui.

Infeliciter itaq; successit huic miseræ *Cubationi Sphæræ*; non minùs quam præcedenti Quadraturæ Circuli. Et quidem, cum his, omnia quæ sequuntur, (utpote quæ ex his dependent,) eâdem ruinâ pereunt.

PROP. III.

Invenire rectam æqualem areæ CL.

Repetatur in Fig. 22. pars Figuræ primæ, in qua quadratum *QRST* æquale est circulo *BCDE*. Centro *A*, intervallo *AY* describatur arcus circuli secans *AO* in *d*, & *AG* in *b*; & per punctum *d* ducatur recta *Zc* parallela *GC* secans *AC* in *Z*, & *AG* in *c*.

Dico rectam *Zc* æqualem esse arcui *CL*.

Nam *CG*, *ϒQ*, *Zc* sunt continuè proportionales. Et (per Archimedem de Dimensione Circuli) triangulum rectangulum cujus latus unum circa angulum rectum æquale est perimetro circuli, & latus alterum æquale semidiametro, æquale est totius circuli areæ.

Ergo rectangulum sub semiperimetro & radio æquale est areæ ejusdem circuli.

Ergo rectangulum sub parte quarta perimetri & radio æquale est areæ semicirculi *BCD*.

Ergo rectangulum sub octava parte perimetri & radio, id est rectangulum sub *AC* & arcu *CL*, æquale est areæ quadrantis *ACB*.

Ergo quadratum à media proportionali inter *AC* & arcum *CL* æquale est areæ quadrantis ejusdem *ACB*.

Sed quadratum ab *ϒQ* æquale est areæ quadrantis *ACB*.

Ergo *ϒQ* est media proportionalis inter *AC* vel *CG*, & arcum *CL*.

Sed *ϒQ* est media proportionalis inter *CG* & *Zc*.

Ergo *Zc* æqualis est arcui *CL* sive octavæ parti totius perimetri *BCDE*; id est semissi arcus *CB*.

Propositio hæc, cum demonstratione sua, (præterquam quod sit, in constructione, quod perperam redundet; quod tamen facile condonandum foret, si cætera sana essent:) labem contraxit ex Prop. 1. Assumit utiq; Quadratum ab *ϒQ* æquale esse Quadranti *ACB*. Quod falsum est.

PROP.

PROP. IV.

Si in latere CG *producto ſumatur* Gi *dupla recta* Zc, *jungaturq;* Bi *ſecans* AC *in* e ; *erit arcus quadrantis deſcripti radio* Ae *æqualis lateri* GC.

Cum enim recta *Zc* æqualis ſit arcui *CL*, erit recta *Gi* æqualis arcui *BC*. Sunt autem triangula *BGi*, *BAe* ſimilia. Quare ut *Gi* ad *BG*, ita *BA* (id eſt *BG*) ad *Ae*. Sed *Gi* æqualis eſt arcui quadrantis deſcripti radio *BG*. Quare latus *BG* æquale eſt arcui quadrantis deſcripti radio *Ae*.

Sequitur hinc arcum *ef* ſecantem *AG* in *f*, & *AO* in g æqualem eſſe ſemiſſi lateris *AC*, & eſſe ad rectam *Zc* ut radius ad quadrantem ſui circuli.

Ruit hæc Propoſitio una cum præcedente, ex quâ dependet ; (ſupponit enim, ex illa, *Zc* æqualem eſſe arcui *CL* : Quod falſum eſt :) & cum propoſitione, Corollarium ejus. Ubi etiam, pro *ad quadrantem ſui Circuli* ; dicendum erat, *ad Quadrantem ſuæ Peripheriæ.*

PROP. V.

A puncto L *ducatur recta* Lh *parallela lateri* GC *ſecans* AC *in* h ; *&* eb *parallela eidem lateri* GC, *ſecans* AG *in* b, *&* AC *in* e. *Dico jam tres rectas* Zc, hL, eb *ſive* AZ, Ah, Ae *eſſe continuè proportionales.*

Cum enim *Gi*, *AC*, *eb* ſint continuè proportionales, item *AG*, *AC*, *bL* continuè proportionales, & *AC* utrobique media, erit ut *Gi* ad *AG* ita reciproce *bL* ad *eb*. Quare ut *Gi* ad *AG* (id eſt *Zc* ſemiſſis ipſius *Gi* ad *hL* ſemiſſem ipſius *AG*) ita *hL* ad *eb*. Sunt ergo *Zc*, *hL*, *eb* ſive *AZ*, *Ah*, *Ae* continuè proportionales.

Hactenus recte.

Conſtat hinc rectam *AQ* æqualem eſſe duplæ *eb*.

Neq; hinc conſtat, neq; verum eſt. Eſt enim Quadratum *AY* vel *QY*, $\frac{4}{1}Rq$; ergo Quadratum *AQ*, $\frac{2}{1}Rq$. Eſt autem *cZ*, $\frac{4}{3}R$, adeoque *Gi*, $\frac{4}{1}R$, atq; ut *Gi* ad *GB*, ſic *BA* ad *Ae* ; hoc eſt, ut $\frac{4}{3}R$ ad $\mathcal{R}$, ſic *R* ad $\frac{1}{3}R$ = *Ae* = *eb* ; cujus duplum $\frac{4}{9}R$; & hujus Quadratum $\frac{16}{81}Rq$.

Non ergo æqualia sunt Quadrata rectæ *AQ*, & duplæ *eb*; ergo nec (quod ille asserit) recta *AQ* æqualis duplæ *eb*.

Constat præterea arcum *Zn* ductum radio *AZ* & terminatum in *AG*, & rectam *Lh* secare rectam *AO* in uno & eodem puncto; alioqui non essent *Zc*, *hL*, *eb* continuè proportionales.

Sed neq; hoc constat; imo falsum est. Quippe, si sic: qua ratione *OC*, *PY*, *dZ*, continue proportionales sunt; essent quoque continue proportionales *PY*, *dZ*, $\frac{1}{2}$ *Lh*; adeoq; & harum duplæ, *QY*, *cZ*, *Lh*, seu *AY*, *AZ*, *Ah*: & horum Quadrata. Quod non fit. Est enim Quadratum *QY*, seu *AY*, $\frac{4}{5}$*Rq*; Quadratum *cZ* vel *Az*, $\frac{16}{25}$*Rq*; Quadratum *Lh*, $\frac{1}{4}$*Rq*: hoc est, ad invicem in ratione $\frac{4}{5}$, $\frac{16}{25}$, $\frac{1}{4}$, seu 40, 32, 25. Quos numeros continue proportionales esse, nemo dixerit. Non ergo (quod affirmat ille,) se mutuo secant in eodem puncto, *Zn* arcus, rectæq; *Lh*, *Ao*. Neq; tamen eo minus *Zc*, *hL*, *eb*, continue proportionales; (quæ negat ille simul constare posse.) Quippe, quod fit ab extremis, *Zc* in *eb*; hoc est, $\frac{4}{5}$*R* in $\frac{1}{4}$*R*; æquatur Quadrato mediæ *hL*, $\frac{1}{2}$*Rq*.

PROP. VI.

Ut latus CG *vel* AC, *ad* Zc *sive* AZ, *ita est* Ae *ad semissem lateris* CG *vel* AC.

Secetur enim *AC* bifariam in *k*, ducaturque *kl* parallela *CG* secans *AG* in *l*. Quoniam ostensum est *Gi*, *CG*, *Ae* esse continuè proportionales, erit ut *GC* ad semissem *Gi*, ita *Ae* ad semissem lateris *AG* (*lege CG*) id est ut *AC* vel *CG* ad *Zc* vel *AZ*, ita *Ae* vel *eb* ad *Ak* vel *kl*.

Hanc (utpote cum suâ vel Quadratura vel Cubatione minime connexam) immunem dimitto. (nisi quod emendandum fuerit, ut sæpe alibi sphalma typographicum.) Sed non ita, sequentes.

PROP.

PROP. VII.

Quadratum ab AZ *vel* Zc *æquale eſt decem quadratis à quarta parte lateris* AC.

Quadratum enim ab AO æquale eſt quinque quadratis à ſemi-radio CO, id eſt viginti quadratis à quarta parte AC. Sed AO, Ac ſunt æquales. Quare quadratum ab Ac æquale eſt viginti quadratis à quarta parte AC. Sed quadratum ab Ac duplum eſt quadrati ab AZ vel Zc. Ergo quadratum ab AZ vel Zc æquale eſt decem quadratis à quarta parte lateris AC.

Corol. Quadratum à Gi quadruplum eſt quadrati ab AZ, & proinde quadratum à Gi æquale eſt 40 quadratis à quarta parte lateris AC.

Propoſitio hæc falſa eſt. Demonſtratio aſſumit (gratis) *AO*, *Ac*, æquales eſſe; quæ non ſunt. Nam propter *OC*, *PI*, *dZ*, continue proportionales; adeoq; & *AO*, *AP*, *Ad*: erit, ut Quadratum *AO*, ad Quadratum *AP*, (hoc eſt, ut $\frac{1}{4}Rq$ ad Rq; ſeu 5 ad 4; ut probat ipſe ad Prop. 1.) Sic recta $OC = \frac{1}{4}R$, ad rectam *dZ*; quæ itaq; eſt $\frac{4}{5}R$: adeoq; *cZ* ſeu ZA, $\frac{4}{5}R$: hujuſq; Quadratum $\frac{16}{25}Rq$; hujuſq; duplum, ſeu Quadratum *Ac*, $= \frac{32}{25}Rq$. Sed, ipſo computante, Quadratum *AO*, eſt $\frac{5}{16}Rq$. Non ſunt ergo æqualia Quadrata *AO*, *Ac*; ergo nec (quod aſſumit ille) ipſæ *AO*, *Ac*, rectæ. Item, Quadratum ex quarta parte *AC* ſeu $\frac{1}{8}R$, eſt $\frac{1}{16}Rq$; adeoq; decem Quadrata, $\frac{10}{16}Rq$: Eſt autem Quadratum *AZ* (ut jam oſtenſum eſt) $\frac{16}{25}Rq$: Non eſt ergo (quod vult hæc propoſitio) Quadratum ab *AZ*, æquale decem Quadratis ab $\frac{1}{4}AC$: neq; (quod vult Corollarium) Quadratum a *Gi*, quadraginta Quadratis ab $\frac{1}{8}AC = \frac{1}{8}R$.

PROP. VIII.

Viginti quinque quadrata à quinta parte arcus BC *vel recta* Gi *æqualia ſunt decem quadratis à ſemi-radio* CO.

NAm viginti quinque quadrata à quinta parte arcus *BC* æqualia ſunt quadrato ab ipſo arcu *BC* ſive à recta *Gi*, id eſt (per præcedentem) decem quadratis à ſemi-radio *CO*; vel (quod idem eſt) 40 quadratis à quarta parte lateris *AC*.

Corollarium.

1. Decem quadrata à quinta parte arcus *BC* ſunt æqualia quatuor quadratis à ſemi-radio *CO*, id eſt ipſi quadrato ab *Ac*; quia eſt ut 25 ad 10 ita 10 ad 4.

2. Item

2. Item quadratum à duabus quintis arcus BC æquale est quadrato ab Ae, quia est ut 25 ad 10 ita 10 ad 4, & sunt arcus BC, radius AC, & recta Ae continuè proportionales.

3. Item arcus quadrantis descripti à Gi ut semidiametro æqualis est quintuplo semiradio CO.

Quadratum enim ab AC ad quadratum ab arcu BC est ut 4 ad 10, ratio autem 4 ad 10 semissis est sive subduplicata rationis 4 ad 25, quare arcus descriptus à Gi erit latus quadrati quod est æquale viginti quinque quadratis à semiradio CO, quia quadratum ab AC, & quadratum à Gi, & quadratum à quintupla CO sunt continuè proportionalia.

4. Item quintupla CO, recta Gi, recta CG, recta Ae, & $\frac{2}{5}$ radii AC sunt continuè proportionales.

Quorum enim Gi potest 25, eorundem AC potest 10. Quorum ergo AC potest 25, eorundem Ae potest 10. Est ergo Ae, media proportionalis inter AC & duas quintas ejusdem.

Ergo quintupla CO, recta Gi, &c.

5. Eadem Ae æqualis est duabus quintis arcus BC. Nam quadrata à Gi, AC, Ae sunt ut $\frac{21}{25}$, $\frac{10}{25}$ & $\frac{4}{25}$. Quare latus Ae est $\frac{2}{5}$ arcus BC.

Notandum quod rectæ Gi, AC, Ae dupliciter æstimantur, uno modo per partes arcus BC, alio per partes radii AC.

Propositio falsa est. Nam neque est arcus BC æqualis rectæ Gi; (ut ad Prop. 1, ostensum est:) neque est Quadratum Gi, æquale decem Quadratis a semiradio (seu 40 Quadratis ex $\frac{1}{4}AC$) ut ad Prop. præced. ostensum est.

Corollaria item sunt falsa, omnia: utpote quæ inde dependent.

Primum enim, supponit $\frac{21}{25}BCq = \frac{10}{4}Rq$.

Secundum, idem supponit; atque insuper quod $BC = Gi$.

Tertium, eadem supponit.

Quartum supponit, $Gi = \sqrt{\frac{10}{4}Rq} = BC$.

Quintum, itidem, utrumq; supponit.

Cum itaq; neutrum verum sit; neq; verum est ullum ex Corollariis.

PROP. IX.

Si à puncto n *ducatur recta* nm *parallela* CG *secans* AC *in* m; *Dico septem rectas* AC, AY, AZ, Ah, Ae, Am, Ak, *esse continuè proportionales.*

Cum enim AC, AY, AZ sint continuè proportionales per constructionem; ostensum; sit AZ, Ah, Ae esse continuè proportionales; positis ordine quantitatibus AC, AY, AZ, Ah, Ae, ratio AC ad Ae erit (per Eucl. 14.28.) duplicata rationis AY ad Ah. Sed ratio AY ad AZ subduplicata est rationis AC ad AZ. Quare ratio AY ad AZ eadem est cum ratione AZ ad Ah vel Ah ad Ae. Sunt ergo AC, AY, AZ, Ah, Ae continuè proportionales. Rursus, quia AC, Ah, Ak sunt continue proportionales (nam Ah æqualis est dimidiæ diagonali AG) & AZ, Ah, Ae sunt ostensæ continuè proportionales; erit ut AC ad AZ, ita reciproce Ae ad Ak.

Quia

Quia denique tres rectæ *Ab*, *An*, *Al* sunt æquales tribus AY, AZ, *Ah* continuè proportionalibus, etiam ipsæ sunt continuè proportionales.

Sunt ergo septem rectæ AC, AY, AZ, Ah, Ae, Am, Ak continuè proportionales.

Propositio hæc sine alia demonstratione, perspicua est ab ipso Diagrammatis intuitu. Impossibile enim est, ut septem rectæ continuè proportionales sint in ratione CG ad QY, nisi arcus ab antecedente descriptus, & recta proxime consequens se mutuo secent in recta AO; ut quemadmodum arcus ab AC secat YQ in P, ita arcus ab AY secet Zc in d.

Propositio hæc falsa est. Quod ex justis rectarum illarum, seu quadratorum suorum mensuris facile constabit.

Sunt quidem Quadrata rectarum *AC*, *AY*, *AZ*, continue proportionalia; in ratione 5 ad 4. Nempe (posito $AC = R$) ut $Rq, \frac{4}{5}Rq, \frac{16}{25}Rq$.

Item Quadrata rectarum *AZ*, *Ah*, *Ae*, continue proportionalia. Est enim $AZ = \frac{4}{5}R$; adeoque $Gi = \frac{4}{5}R$; Et (propter *Gi. GB :: AB. Ae*; hoc est, $\frac{4}{5}R. R :: R. \frac{5}{4}R$.) $Ae = \frac{5}{4}R$; hujusque Quadratum, $\frac{25}{16}Rq$. Estque Quadratum *Ah*, $\frac{1}{2}Rq$. Ergo rectarum *AZ*, *Ah*, *Ae* Quadrata; sunt $\frac{16}{25}Rq, \frac{1}{2}Rq, \frac{25}{16}Rq$; adeoque continue proportionalia.

Verum hæc Quadrata cum præcedentibus continue proportionalia non sunt, (quippe non, ut illa, in ratione 5 ad 4; sed in ratione 32 ad 25:) Ergo nec hæ rectæ (quod ille vult) cum rectis illis continue proportionales.

Quod autem ille in demonstratione assumit; *Quare ratio* AC *ad* AY, *seu* AY *ad* AZ, *eadem est cum ratione* AZ *ad* Ah, *vel* Ah *ad* Ae: Nullam habet rationem consequentiæ; neque verum est. Quippe illa ratio est subduplicata rationis 5 ad 4; hæc vero, subduplicata rationis 32 ad 25.

Sed falsum est, quod porro assumit, *rectas* Ab, An, Al, *æquales esse rectis* AY, AZ, Ah: non enim ille uspiam probavit, neque verum est, Arcus omnes *Yb*, *Zn*, *hl*, in eisdem rectæ *AG* punctis convenire (quod supponit ille) cum rectis *eb*, *mn*, *kl*.

Denique, quod tandem subjungit, *Propositionem sine alia demonstratione perspicuum esse, ab ipso diagrammatis intuitu*; lepidum est argumentum, & *Hobbio* dignum. Quod autem ait ille *impossibile esse ut septem rectæ continue proportionales sint in ratione* CG *ad* QY, *nisi arcus ab antecedente descriptus & recta proxime sequens se mutuo secent in recta* AO; omnino verum est. Verùm ille neutrum horum probavit, unde reliquum inferre possit. Neque enim probavit rectas illas omnes in illa esse proportione; neq; arcus illos omnes, secare respectivas rectas, in ipsius *AO* punctis.

Est itaq; tum propositio falsa; tum demonstratio nihili, & miserè claudicans. Sed & qui sequitur (in proximâ) calculus, est nihilo melior.

PROP.

PROP. X.

Calculus numericus quadratorum à ſeptem antedictis rectis AC, AY, AZ, *&c.*

MAniſeſtum eſt (per Eucl. 1. 47.) quod quadratum ab *AO* ad quadratum ab *AC* vel *AP* eſt ut 5 ad 4, quia *GC* æqualis *AC* ſecta eſt bifariam in *O*; & eſt ut *AO* ad *AC* vel *AP*, ita *AP* ad *AY* vel ϒϱ.

Rurſus, quia ϒϱ parallela *GC* ſecta eſt bifariam in P, quadratum ab *AY* vel ϒϱ eſt ad quadratum à *Zc* ut 5 ad 4; quia ϒC, *Zc* ſunt parallelæ, & recta *AO* ſecat arcum ϒb ad *d*, & dividitur *Zc* bifariam in *d*.

Item quadratum à *Zc* (quod eſt 10 quorum *AC* quadratum eſt 16) eſt ad quadratum ab *bL*, (quod eſt octo, quorum *AC* quadratum eſt 16) ut 10 ad 8, id eſt ut 5 ad 4.

Hic malè computatum eſt. Sunt utiq; *OC*, *PY*, *dZ*, continuè proportionales; adeoq; & *GC*, *QY*, *cZ*; adeoq; *cZ*, ad *GC*, ut Quadratum *QY* ad Quadratum *GC*, ſeu ut Quadratum *AP* ad Quadratum *AO*; hoc eſt, ut 4 ad 5. & conſequenter rectarum *cZ*, *GC*, Quadrata, ut 16 ad 25. Non (quod vult ille) 10 ad 16.

Adeoque, Quadratum à *Zc* ad Quadratum ab *hl*, ut 32 ad 25. Non (quod ille vult) ut 5 ad 4.

Item, quoniam quadratum ab *AC* oſtenſum eſt æquale 10 quadratis à quinta parte arcus *BC*, dimidium ejus, hoc eſt quadratum ab *bL* æquale eſt quinque quadratis ab eadem quinta parte arcus *BC*. Sed oſtenſum eſt rectam *eb* vel *Ae* æquale eſſe duabus quintis arcus *BC*, & proinde quadratum ejus æquale eſſe quatuor quadratis à quinta parte arcus *BC*.

Eſt ergo quadratum ab *bL*, ſive *Ah* ad quadratum ab *eb* ſive *Ae* ut 5 ad 4.

Hoc totum falſum eſſe, jam ante demonſtratum eſt. Neq; enim eſt $AQq = \frac{10}{25} BCq$; neq; $hLq = \frac{8}{25} BCq$. Neq; eſt $eb = \frac{8}{25} BC$; adeoque nec hujus Quadratum, $= \frac{64}{625} BCq$. Adeoq; nec verum quod infertur, Quadratum *hL* ad Quadratum *eb*, eſſe ut 5 ad 4. Sed potius ut $\frac{1}{4}$ ad $\frac{25}{64}$; ſeu 32 and 25; quod dicendum erat.

Poſtremò, cum quadrata ab *AC*, *AZ*, *Ae*, ſint continuè proportionalia in ratione 16 ad 10, ſive 10 ad $6\frac{1}{4}$, erit quadratum ab *Ae* $6\frac{1}{4}$ eorum quorum quadratum ab *Am* ſunt quinque (nam *Am* eſt ſemiſſis rectæ *AO*) & quadratum ab *Ak* 4. Sed $6\frac{1}{4}$. 5. 4. ſunt continuè proportionales in ratione 5 ad 4. Nam multiplicatis omnibus per 4 fiunt (ratione non mutata) 25, 20, 16, quæ ſunt in continua ratione 5 ad 4.

Falſum eſt *Quadrata ab* AC, AZ, Ae, *eſſe continuè proportionalia, in ratione* 16 *ad* 10, (aut etiam in ulla alia;) & mirum eſt quod poſſit ille eouſq; cæcutire. Ponit ille (& quidem rectè) Quadratum *AC* ad quadratum *AY*, in ratione 5 ad 4: item Quadratum *AY* ad quadratum

dratum AZ, in ratione 5 ad 4. Certum itaq; est, (quæ ex his componitur) rationem Quadrati AC ad quadratum AZ, esse (ut pote ejus duplicatam) ut 25 ad 16. Quâ itaq; specie poterit ille jam affirmare; rationem illam esse ut 16 ad 10?

Certum item est, (ex ante demonstratis) rationem AZ ad Ae, esse ut $\frac{4}{3}$ and $\frac{1}{8}$; seu 32 ad 25. Quam ille jam esse vult, ut 16 ad 10.

Certum item est Quadratum Am, semissem esse quadrati An seu AZ; ipsumque quadratum AZ esse ad quadratum AC, ut 16 ad 25; adeoq; quadratum Am ad quadratum AC, ut 8 ad 25; ipsumq; quadratum AC ad quadratum AO (ipso computante) ut 4 ad 5; adeoq; quadratum Am ad quadratum AO, ut 32 ad 125. Qua itaq; specie poterit ille affirmare, *rectam* Am *semissem esse rectæ* AO? &, consequenter, quadratum illius ad quadratum hujus, ut 1 ad 4?

Nisi forsan putaverit, *ex Diagrammatis intuitu sine alia demonstratione* (quod illi bellum solet esse argumentum) Arcum radio AO ductum, cum recta Zd producta, in rectæ AG puncto c convenire, (adeoq, $AO = Ac$;) quod secus est.

Etiam (intermissis quadratis alternis) quia quadratum ab AC est $\frac{10}{25}$ quadrati ab arcu BC, & quadratum ab AZ est $\frac{10}{16}$ quadrati ab AC, erit quadratum ab AC ad quadratum ab AZ ut 25 ad 16, id est in duplicata ratione 5 ad 4. Deinde quia AZ est æqualis semissi arcus BC, quadratum ejus erit quarta pars quadrati ab arcu BC, id est, quorum quadratum ab arcu BC est 25, eorum quadratum ab AZ est $6\frac{1}{4}$. Quia autem quadratum ab AC est $\frac{10}{25}$ ejusdem quadrati ab arcu BC, quadratum ab bL erit $\frac{1}{25}$. Sed quadratum ab eb est $\frac{4}{25}$. Est ergo rursus quadratum ab AZ ad quadratum ab eb sive Ae in duplicata ratione 5 ad 4. Nam $6\frac{1}{4}$. 5. 4 sunt continuè proportionales.

Quod non sit $ACq = \frac{10}{25} BCq$; jam ante ostensum est. Sed neque est $AZq = \frac{10}{16} ACq$; sed $AZq = \frac{16}{25} ACq$; ut ante aliquoties ostensum est. Nam Quadratum AZ ad quadratum AC, est in duplicata ratione quadrati AY ad quadratum AC (propter rectas AZ, AY, AC, continue proportionales; adeoq; & harum quadrata;) hoc est, (ipso computante;) in duplicata ratione, rationis 4 ad 5; hoc est, in ratione 16 ad 25; non, 10 ad 16.

Sed esto. (sit Quadratum AZ, $= \frac{10}{16}$ quadrati ab AC.) Quid porro? Igitur erit (inquit) *Quadratum ab* AC *ad quadratum* AZ, *ut* 25 *ad* 16. Adeone verò? Num dormit, an delirat? Potestne esse $AZq = \frac{10}{16} ACq$; hoc est, $16\ AZq = 10\ ACq$; atque interim, CAq, ad AZq, ut 25 ad 16? Imo, *Quia* illud, *ergo* hoc? Nempe, *Quia* $AZq = \frac{10}{16} ACq$, *ergo*, est $AZq = \frac{16}{25} ACq$? vel *Quia* AZq and ACq est ut 10 ad 16; *ergo*, est ut 16 ad 25? Næ tu læpidus est Geometria qui sic arguis.

Sed

Sed, his missis; videamus num quæ sequuntur sint melioris commatis. Sunt (vel ipso dictante) *AC*, *AY*, *AZ*, continue proportionales. Adeoque *AC* ad *AZ*, ut Quadratum *AC* ad quadratum *AY*; seu ut quadratum *AO* ad quadratum *AP*; hoc est, (ipso aliquoties computante,) ut 5 ad 4. Est autem, inquit, *Quadratum ab* AC, = $\frac{10}{25}$ *quadrati ex* BC; hoc est, *ACq* ad *BCq*, ut 10 ad 25. Jam vero (post duos versus) *est*, inquit, AZ *æqualis semissi Arcus* BC; (Hoc est AZ ad BC, ut 1 ad 2;) *& quadratum ejus quarta pars quadrati ab arcu* BC: Hoc est, *AZq* ad *BCq*, ut 1 ad 4. Adeoq; (propter AC ad AZ, ut 5 ad 4; & ACq ad AZq, ut 25 ad 16;) AC ad BC, ut $\frac{5}{8}$ ad 2, seu 5 ad 8; & ACq ad BCq, $\frac{25}{64}$ ad 4, seu 25 ad 64. Vide quam hæc inter se belle conveniant. ACq ad BCq, nunc ut 10 ad 25; nunc ut 25 ad 64. Sed perinde est utrumvis dicas; nam neutrum verum est.

Neque etiam illud verum est, *Quadratum ab* eb, = $\frac{4}{5}$, BCq. Neq; etiam *Quadratum* AZ *ad quadratum* eb *seu* Ae, *in duplicata ratione* 5 *ad* 4: seu, quod tantundem est recta AZ ad rectam Ae, ut 5 ad 4. Est enim, revera AZ = $\frac{4}{5}$ AC, & Ae = $\frac{1}{2}$ AC; ergo, ad invicem ut $\frac{4}{5}$ ad $\frac{1}{2}$; seu 32 ad 25; (ut aliquoties ostensum est;) non, ut 5 ad 4.

* Quare calculus Arithmeticus demonstrationi Geometricæ proxime præcedenti non repugnat.

Imò verò neq; sibi convenit calculus Arithmeticus, neque sibi Geometricus, nec hic illi, & veritati neuter. Fieri tamen potest, ut quæ utraq; falsa sunt, non ita tamen adversentur, ut *semper*, & *in omnibus*, sibi mutuo repugnent. Sed, quod aiunt, Qui computat inconsulto hospite, necesse habet ut secundò computet. Videamus itaq; exitum secundi computi.

Est autem calculus alius Arithmeticus, etiam verus, qui repugnat;

Ergo, inquam, tuus falsus est.

Demonstrationem tamen non destruit.

Mirum hoc; quod & *repugnet*, & *verus sit*, nec tamen *demonstrationem destruat*. Crede mihi; *Omnia vera* sibi consentiunt mutuo. Et, quod Vero non consentit, Falsum est. Sed videamus qui sit.

Procedit autem calculus quem dico per Regulam auream.

Exempli causa, ostensum est quadratum à *CG* æquale esse 10 quadratis à quinta parte arcus *BC*, & rectam *AQ* duplam esse rectæ *Ae*, & quadratum ab *Ae* æquale esse 4 quadratis à quinta parte arcus *BC*; & proinde quadratum ab *AQ* æquale esse sedecem quadratis à quinta

quinta parte arcus *BC*, & quadratum ab ϒQ æquale esse 8 quadratis ab eadem quinta parte arcus *BC*; denique quadratum à *CG* ad quadratum ab ϒQ esse ut 10 ad 8.

Sunt quidem hæc omnia falsa, (ultimo excepto,) ut ex antedictis liquet. Nam neque est $CGq = \frac{10}{25}BCq$; nec $AQ = 2Ae$; nec $eAq = \frac{4}{25}BCq$; nec $AQq = \frac{16}{25}BC$; nec $YQq = \frac{8}{25}BCq$. Hoc unicum verum est; CGq ad YQq ut 10 ad 8. Sed esto. (vera sunto.) Quid porro?

Examinemus hæc jam per Regulam auream. Multiplicetur 8 in se, factus erit 64, qui divisus per 10 facit quotientem $6\frac{2}{5}$ pro quadrata à *Zc*.

Recte. Atque tantundem est. Nempe, posito $CGq = 1$, vel, $= Rq$; erit $cZq = \frac{16}{25}$, vel $= \frac{16}{25}Rq$. & posito $CGq = 10$, erit $cZq = 6\frac{2}{5} = \frac{32}{5}$. Quod autem proxime sequitur, falsum est.

Sed quadratum à *Zc*, est quarta pars quadrati à toto arcu *BC*, sive quarta pars 25 quadratorum à quinta parte arcus *BC*; & proinde erit $6\frac{1}{4}$ quorum *CG* quadratum est 10. Quare $6\frac{2}{5}$ & $6\frac{1}{4}$ debent esse æquales, nec sunt. Differunt enim in ratione $\frac{2}{5}$ ad $\frac{1}{4}$ id est ut 8 & 5 vel 16 & 10.

Neq; mirum hæc cum præcedentibus dissentire: Nempe ut falsa veris. Falsum enim est, quod ait, $cZq = \frac{1}{4}BCq$: Quodq; ipse jam satis confutavit. Sed neq; in ea ratione differunt, sed in ratione 128 ad 125.

Rursus, quadratum à *Zc* æquale est 10 quadratis à quarta parte lateris *CG*, & quadratum ab *bL* æquale est 8 quadratis ab eadem quarta parte lateris *CG*. Quare quadratum ab *eb* deberet esse æquale $6\frac{2}{5}$ quadratis à quarta parte lateris *CG*. Sed quadratum ab *eb* sive *Ae* extensum est æquale $6\frac{1}{25}$ quadratis a quarta pate lateris *CG*. Itaque iterum reperitur dissensio similis prioris.

Non est $cZq = \frac{12}{25}CGq$ (quod vult ille) sed, $= \frac{16}{25}CGq$, quod ipse modò demonstravit. Sed si daretur illud verum esse; non inde sequitur (quod ille vellet) quod Quadratum *be* sit $6\frac{2}{5} \times \frac{1}{16}CGq (= \frac{2}{5}CGq;)$ Quia non sunt (quod ille supponit) *cZ*, *Lh*, *eb*, continue proportionales.

Sed verum est $eAq = 6\frac{1}{4} \times \frac{1}{16}CGq = \frac{25}{64}CGq$. Adeoq; non mirum est, hoc ab illo dissentire.

Rursus, quia quadratum à *CG* æquale est 10 quadratis a quinta parte arcus *BC*, quadratum ab *bL* (quod est dimidium quadrati a *CG*) erit æquale 5 quadratis ab eadem quinta parte arcus *BC*. Sed quadratum ab *eb* ostensum est æquale esse 4 quadratis ab eadem quinta parte arcus *BC*. Est ergo quadratum ab *bL* ad quadratum ab *eb* ut 5 ad 4.

Non est $CGq = \frac{10}{25}BCq$: nec $hLq = \frac{1}{25}BCq$: nec Quad. *eb*, $= \frac{4}{25}BCq$. Neq; etiam *hLq* ad quad. *eb*, ut 5 ad 4; (sed ut 32 ad 25.) Non mirum itaq; est si hæc sive a Veris, sive a Falsis dissentiant: Nam ut Falsa Veris, sic & non raro Falsa Falsis dissentiunt: Sed Vera veris, nunquã.

Fiat

Fiat jam (juxta Regulam auream) ut 5 ad 4 ita 4 ad tertiam, eritque illa tertia $3\frac{1}{5}$ pro quadrato rectæ *ms*.

Sed neq; sic. Quippe non sunt (quod supponit ille) *hL*, *eb*, *mn*, continue proportionales.

Quoniam autem recta *AO* vel *Ac* ostensa est media proportionalis inter arcum *BC* & ejus semissem, erit quoque *mn* (quæ est semissis rectæ *AO*) media proportionalis inter arcum quadrantis descripti ab *Ah* & semissem ejus, id est inter *Zc* & semissem ipsius *Zc*. Quadratum autem a *Ze* æquale est $6\frac{1}{4}$ quadratis a quinta parte arcus *BC*. Quadratum ergo ab *mn* æquale est $3\frac{1}{5}$ quadratis a quinta parte arcus *BC*. Differunt ergo rursus eadem ratione quæ ante.

Neq; sunt (quod supponit ille) *AO*, *Ae*, inviçem æquales: nec earum utravis media proportionalis inter *BC* ejusq; semissem: neq; est *mn* semissis rectæ *AO*; nec media proportionalis inter arcum quadrantis ab *Ah* descripti ejusq; semissem; neq; etiam *Zc* isti arcui æqualis. Sed neq; $cZq = 6\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$, $bCq = \frac{1}{4}BCq$; aut Quad. *mn*, $= 3\frac{1}{5} \times \frac{1}{25} BCq = \frac{1}{80}BCq$. (Quæ tamen ille supponit omnia.) Ut mirum non sit, si, ex tot falsis nihil sani eliciatur.

Præterea quadrata ab *eb*, *mn*, *kl*, quia sunt in ratione quadratorum ab *An*, *Al*, *Af*, id est in ratione quadratorum ab *AZ*, *Ah*, *Ae* habebunt eodem modo calculum Geometricum ab Arithmetico diversum sicut illa, nempe ut per Regulam auream quadratum ab *Ak*, vel *kl* majus justo sit quanto majus est $\frac{1}{5}$ quam $\frac{1}{4}$ sive $\frac{1}{20}$ unius unitatis.

Falsum itidem est, quadrata *eb*, *mn*, *kl*, proportionalia esse quadratis *An*, *Al*, *Af*, aut quadratis *AZ*, *Ah*, *Ae*. Ut non sit, cur de dissensu simus soliciti.

Postremò, quia quadratum a *CG* (16) est ad quadratum a *Zc* (10) ut 16 ad 10, sive ut 10 ad $6\frac{1}{4}$, quadratum ab *eb* sive *Ae* (ut ante ostensum est) erit $6\frac{1}{4}$, quod consentit cum calculo Geometrico. Sed quadrata illa non sunt immediata, quia interponuntur quadrata ab *YQ* & *hL*.

Falsum item est, *CGq* ad *cZq* esse ut 16 ad 10, (sed ut 25 ad 16) Sed neq; sunt (quod supponit ille) *CG*, *cZ*, *eb*, continue proportionales.

Neque mirum videri debet si calculus per Regulam auream producat numerum majorem quam calculus per ipsa plana Geometrica. Nam numerus est quantitates discretæ, in quibus una cum altera nihil habet commune, sed tot revera sunt res numeratæ quot numerantur. Quadrata autem hæc sunt quantitas una continua, quæ (cum habeant quatuor latera unumquodque non contigua sed continua) quoties multiplicantur, toties singula latera eadem numero numerantur, id est unumquodque latus multiplicatur, & proinde faciunt numerum quadratorum justo majorem.

Hæc fusè, & (ut credo) perspicuè explicui, ut sciant tandem Geometræ qui plana metiri consueverunt per Regulam auream vel per Algebram, frustra se facere.

Egõ

Ego quidem dissensum illum minime miror. Non, quod Caculus Arithmeticus cum Geometrico non debeat convenire, (quod secus est;) sed quia Falsa Veris, aut etiam Falsis, dissentire; mirandum non sit. Et quidem si sua vera fuissent omnia; non fuisset opus hac frigidâ excusatiuncula.

Sed neq; opus erit, ob hunc dissensum; ut Geometræ metuant, ne vel ad Algebram, vel Auream Regulam, tradita sua Geometrica revocentur. Sed, ut *Hobbius* hæc metuat, non repugno: Quippe sua, nullum examen ferent.

PROP. XI.

Si à centro A *ducatur recta* Aa *dividens arcum* PV *bifariam, secansque latus* CG *in* a *erit* Ga *Tangens arcus* 30 *graduum.*

Ducatur recta *Oo* parallela lateri *AC*, secans latus *BA* in *o*, & arcum *BC* in *r*, & ducta *Br* producatur ad latus *CG*, illa recta abscindet Tangentem 30 graduum, facietque cum *GC* angulum æqualem $\frac{2}{3}$ sive $\frac{4}{6}$ anguli recti. Rursus, quia duo arcus *CV*, *LP* sunt æquales, etiam totus arcus *CL* secabitur ab *Aa* bifariam.

Est ergo angulus *CAa* quarta pars recti, & angulus *CaA*, sive *BAa* tres quartæ unius recti, sive $\frac{2}{12}$ unius recti, & angulus *ABr* æqualis $\frac{8}{12}$ unius recti.

Anguli autem *CAa*, & *ABr* faciunt $\frac{12}{12}$ unius recti.

Est angulus $CAa = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$, & $ABr = \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$. Ergo $CAa + ABr = \frac{11}{12}$, non $\frac{12}{12}$, unius recti. Legendum puto, *Anguli* CaA *&* ABr, vel *anguli* CaA & GaB. Sed perinde est quid legas: Nam redundat plane, estque ad demonstrationem nullius usus.

Ergo producta recta *Br* donec occurrat ubicunque rectæ *Ca*, faciet cum ea angulum æqualem $\frac{7}{12}$ unius recti.

Neque hoc sequitur; neque Verum est. Quippe recta *Br* producta non faciet, cum *CaG*, $\frac{7}{12}$ anguli recti. Nam, propter $GBr = \frac{1}{3}$ recti, reliquus ad rectam *GC* (quem fore putat ille *GaB*,) erit $\frac{2}{3}$ recti, seu $\frac{8}{12}$ recti: non $\frac{7}{12}$.

Nam $\frac{8}{12}$, $\frac{2}{12}$ & $\frac{7}{12}$ faciunt $\frac{24}{12}$ id est duos rectos, id est angulum æqualem omnibus simul angulis qui constitui possunt super unam rectam in quocunque puncto ad eadem partes.

Quod voluisse videtur, (salem quod dicendum erat,) hoc est. Propter $ABr = \frac{8}{12}$, & $BAa = \frac{2}{12}$, erit $BaA = \frac{7}{12}$ unius recti, (nam $\frac{8}{12} + \frac{2}{12} + \frac{7}{12} = \frac{24}{12} = 2$,) quem nempe alicubi faciet *Br* producta, cum producta *Aa*, (non cum *CG*,) eidem alicubi occurrens in puncto aliquo. (Quod quidem punctum, non erit in *GC* rectâ, quod ille existimavit, sed ultra il-

lam, extra quadratum. Nam Tangens anguli grad. 22,30′, seu $\frac{1}{4}$ recti, ut *Ca*; & grad. 30. seu $\frac{1}{3}$ recti, quam ille putat esse *Ga*; simul sumptæ sunt toto radio minores.) Quod autem punctum illud (in quo conveniunt *Br*, *Aa*, productæ,) sit in ipsa *GC* recta, non magis probat ille, quam in recta *QY*. Erunt quidem, ad aliquam alicubi rectam, quæ sit ipsi *CG* saltem parallela, tres istiusmodi anguli quales ille putat esse *GaB*, *BaA*, *AaC*; qui sint $\frac{2}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{9}{12}$, unius recti: an verò recta ea in ipsa *GG* jaceat; vel ultra, citrave; ex sua demonstratione nihil constare potest: quippe ille hanc rem (quæ maxime probanda erat) ne attingit quidem.

Itaque producta *Br* incidet in *a*; & propterea *Ga* æqualis est Tangenti 30 graduum.

Non quidem in punctũ *a* rectæ *CG*; sed in aliquod saltem punctũ rectæ *Aa*, ultra *CG* continuatæ: per quod punctum si ducatur recta ipsi *CG* parallela; fient, ad illam rectam, istiusmodi anguli quales ille perperam existimat ad *CG* rectam factos esse.

Coroll. Recta *Gi*, quæ ostensa est æqualis arcui *BC*, æqualis quoque est rectæ compositæ ex semidiametro circuli & Tangente 30 graduum.

Item *Ai* [*lege* Bi] quæ divisa est bifariam à *kl*, dividitur quoque bifariam à recta *Aa*; & *ai* æqualis est lateri *BA*.

Item manifestum est quod *Ba* Secans arcus 30 graduum, transit per *b*. Producta enim *eb* ad *BG* in *q*, erit *Bq* æqualis *Ae*; & *qb*, *qG* æquales; & cum *BG* plus *Ga*, *BG* sive *Bq* plus *qb*, & ipsa *Bq* sint continuè proportionales, erit ut *Bq* ad *qb*, ita *CG* ad *Ga*. Ducta ergo *Bb* incidet in punctum *a*.

Neq; est recta *Gi* æqualis arcui *BC*; neq; (quod ille gratis affirmat) compositæ ex Semidiametro & Tangente grad. 30. (est enim *Gi* recta radio commensurabilis; illa vero composita, est Binonium; $=R+\sqrt{\frac{1}{3}Rq}$:) neq; *Bi* recta, a recta *Aa* bisecta: neq; est $ai=BA$; neq; est *Ba*, secans grad. 30. (nam *Br* ad *a* non pertingit:) neq; per *b* transit. Quippe quæ omnia vel gratis dicuntur, vel saltem supponunt (quod falsum est) rectam *Br*, ad *a* pertingere.

PROP. XII.

Latus Cubi Sphæræ circumscripti additũ lateri cubi in eadẽ Sphæra inscripti rectam constituunt æqualem semiperimetro maximi in Sphæra circuli.

Cubus enim Sphæræ circumscriptus habet pro latere *BG*. Est autem *BG* æqualis diametro Sphæræ Cubo inscriptæ, cujus latus est ipsa *BG*.

Pro *habet*, legendum fortasse *habeat*; quippe hoc aptius videtur.

Quadratum

Quadratum autem à *BG* triplum est quadrati à *Ga*. Latus ergo Cubi Sphæræ inscripti est ipsa *Ga*.

Neutrum verum est; eò quod *Br* non pertingat ad *a*, (sed inter *O* & *a* transit) ut ad Prop. præced. ostensum est.

Sed utrumque simul latus Cubi circumscripti & inscripti, nempe *BG* & *Ga* ostensa sunt æqualia rectæ *Gi*, quæ recta ostensa est æqualis arcui *BC*. Arcus autem *BC* æqualis est semiperimetro maximi circuli inscripti Cubo cujus latus est *BG*.

Neq; est BG † Ga = Gi; neq; Gi = BC: Ob ea quæ supra dicta sunt. Quare & ipsa *Propositio* falsa est.

Recta *As* quæ transit per intersectionem arcus *CL* & rectæ *Zc*, transit per cæteras omnes intersectiones arcuum & rectarum similes & inter se æqualium. Ostensum enim est, æquales esse inter se arcum *CL*, & rectam *Zc*.

Hoc neq; ostensum est, neq; est verum; (ut ad Prop. 1. ostendimus.) Sed neq; transit *As*, omnes intersectiones (quas hic insinuare velle videtur) arcus *Zn* cum recta *bL* &c. Eò quod non sint omnes *AC*. *AY*, *AZ*, *Ah*, &c. continuè proportionales; prout ille, tanquam ad Prop. 9, probatum, falsè supponit.

Manifestum item Cubum à *CG* duplum esse Cubi à *Zc*;

Neq; hoc Manifestum est, neq; probatum est, sed neque est verum. Et quidem etiam si hoc verum esset; non esset verum quod proximè subjungit,

Et Cubum à *Zc* duplum esse Cubi ab *eb*; & Cubum ab *eb* duplũ esse Cubi a *kl*, sive *Ak*.

Si illud, inquam, verum esset; hoc tamen non esset. Eò quod non sint (quod ille supponit) *CG*, *Zc*, *eb*, *kl*, continue proportionales: (quod ex dictis ad Prop. 9. liquet.) Hic itaq; ruit, ipsius *Cubi duplicatio*; sicut supra *Quadratura Circuli* Prop. 1. Et *Cubatio Sphæræ* Prop. 2.

Constat item, si in recta *GH*, quæ est dupla *GC* sumatur *Gp* quæ sit dupla *Ae* (cum *Gi* sit dupla *Zc*) quatuor rectas *GH*, *Gi*, *Gp*, *GC* esse continuè proportionales. Itaque posito Cubum à *GH* esse 64, Cubus à *Gi* erit 32, Cubus à *Gp* 16, Cubus à *GC* 8, Cubus à *Zc* 4, Cubus ab *eb* 2, Cubus à *kl*, vel *Ak* 1.

Constat hoc, sicut præcedentia. Hoc est, simul cum illis ruit.

Item Sphæram medio loco proportionalem esse inter Cubum a sui ipsius diametro, & Cubum a quadrante perimetri circuli sui maximi.

Atq; hoc similiter. Sed & similiter constant, quæ sequuntur: Hoc est, (sublato quo nituntur fundamento) unà ruunt.

Etiam latera quinque figuram regularium in hac Figura 2ª distinguuntur sicut sequitur. Si centro *P*, intervallo *PY* vel *PQ*, describatur circulus, latus pentagoni circulo huic inscripti

Inſcripti erit latus Icoſædri inſcripti Sphæræ cujus diameter eſt *Oo*, centrum *l*. Nam quadratum ab ϒP vel P♌ æquale eſt quinq; quadratis a quinta parte diametri *Oo* vel *GC*. Cum enim quadratum a *GC* æquale ſit 25 quadratis a quinta ſui parte, quadratum ab ϒ♌ æquale erit 20 quadratis a quinta parte ejuſdem *GC* vel *Oo*. Ergo quadratum ab ϒP vel P♌, nempe quarta pars quadrati ab ϒ♌ æquale eſt quinque quadratis a quinta parte diametri *Oo*. Quare (per Euc. 13. 16.) latus Icoſaedri Sphæræ inſcripti cujus diameter eſt *Oo* æquale eſt lateri Pentagoni inſcripti circulo cujus diameter eſt ϒ♌.

Latus Cubi eidem Sphæræ inſcripti eſt recta *Ga*, vel *Ci*, nempe Tangens 30 graduum in Circulo cujus ſemidiameter eſt *BC*. [*lege* BG.] Nam *BC* [*lege* BG] (ſive *Oo*) triplum poteſt Tangentis 30 graduum, ideoque (per Euc. 13. 15) *Ga* eſt latus Cubi inſcripti eidem Sphæræ.

Latus Dodecaedri in eadem Sphæra inſcripti eſt majus ſegmentum rectæ *Ga* (id eſt lateris Cubi) extrema & media ratione ſecti (per Euc. 13. 17.)

Latus Tetraedri æquale eſt rectæ quæ ſubtendit angulum rectum in triangulo cujus utrumque latus circa angulum rectum æquale eſt lateri Cubi *Ga*. Nam ſubtenſa illa duplum poteſt rectæ *Ga*. Quare potentia diametri *Oo* potentiæ illius ſubtenſæ erit ſeſquialtera. Itaque ſubtenſa illa eſt latus Tetraedri in eadem Sphæra inſcripti (per Euc. 13. 13.)

Poſtremò, latus Octaedri eidem Sphæræ inſcripti eſt *Al*, ſive chorda quadrantis, maximi in eadem Sphæra Circuli, cujus quadratum eſt dimidium quadrati ab *Oo*; ideoque latus eſt Octaedri in eadem Sphæra inſcripti (per Euc. 13. 14.)

Quæ hic habentur, ſive ex *Euclide*, ſive ex *Clavio*, deſumpta: Et non cum ſuis *Hobbii* perperam traditis connexa: recte ſe habent. Ubi autem ſupponitur (quod in pleriſq; fit) vel rectam Br, ad punctum *a*, (rectis *CG*, *Aa*, commune) pertingere; vel, *Ga* tangentem eſſe grad. 30, ad radium *BG*; vel, æqualem eſſe lateri cubi inſcripti Sphæræ, Diametrum habenti *Oo*;) vel *Ga*, *Ci*, rectas æquales eſſe: utpote falſo ſubſtrato nixa, ſublato fundamento unà ruunt omnia.

De Reliquis Hobbii *Scriptis Mathematicis Monitio.*

Quod ad alia ejuſdem Scripta Mathematica ſpectat, ſecundâ vice jam nuper edita: Eadem ego jam olim examinavi; quæque errata fuerant pleraque ſcripto refutavi: neque de illis ultra futurus ſum ſolicitus.

Nempe; Quæ in *Philoſophiâ ſuâ*, quæ eſt *De Corpore*, admiſta habet Errata Mathematica; & quidem ſatis fœda: exponit meus *Elenchus Geometriæ Hobbianæ*; eodem anno (1655) editus. Idque eo fuſiùs, quoniam cùm ille tum primum prodiret Mathematicus; Monitione magis opus eſſe videbatur, qualis fuerit; ne, magni nominis obtentu, aliis fraudi eſſet. Quod, poſt Errores illos intellectos, minus erat in ſequentibus metuendum. Cùm

Cùm eadem, mutata parum (quo aliquid egisse videatur,) sed minimè emendata, (quod fuisset difficile,) Anglico Sermone donata, sequente anno edidit; multa de illis satis acerbe questus qui ea minus faventer accepissent: Subjunctis (ut loquitur) *Sex Lectionibus* ad Professores Mathematicos; omni proterviâ fartis, & scurrili dicacitate; sed & quæ turpissimam rei Mathematicæ ignorationem prodebant. His ego statim occurrendum censui, (quò fastum hominis comprimerem,) meamque opposui *Correctionem Debitam*; docuique, quam parum ille Mathesin intellexerit, adeoque debuisset modestius hac ex parte de se sentire.

Anno sequente (1657.) ejusdem *Stigmis*, opposui meam *Hobbiani Puncti Dispunctionem*; quâ imbelles ipsius sive suorum Defensiones sive Oppugnationes Scriptorum meorum, repressi. Sed jam ante cœperat (ob superiora scripta) *Hobbii* nomen, non magnæ auctoritatis esse apud Mathematicos: ut ab ipsius Oppositionibus non multum fuerit metuendum.

Postea tamen, resumptis viribus, Anno 1660. Sex edidit *Dialogos*, Quibus titulus, *Examinatio & Emendatio Mathematicæ Hodiernæ*; Quorum secundus, fere totus, in *Euclidis Elementa* dirigitur; (eo quod, nisi subversis illis, non potuerit *Hobbius* vel sua tueri, vel evertere mea;) reliquis in *Euclidem*, *Archimedem*, *Clavium*, &c. juxta atque in *me* ineptit: atque tandem in decem plus minus *Circuli Quadraturas* definit, non sibi minus adversantes invicem quam ipsi veritati. Hos ego negligendos censebã; utpote qui quatenus me spectabant, vix aliud continebant quã *Lectiones* illas, in aliam formam redactas, quibus antea responsum fuerat. Neque jam ille videbatur dignus adversarius, cui se Mathematicus quispiam seriò opponeret.

Cum autem, exeunte Anno 1661, Septimum adjecerit, cui Titulus, *Dialogus Physicus*; (De *Natura Aeris* & *Duplicatione Cubi*:) Ineunte Anno 1662, hunc septimum cum sex illis præcedentibus, refutavit meus *Hobbius Heauton-timorumenos*: Ejusque Paralogismos, de Duplicatione Cubi, Divisione Anguli in ratione data, cum adjunctis capitibus, & Duodecem Circuli Quadraturis, (quarum, duabus exceptis, ne binæ quidem ullæ inter se consentiunt; veritati verò, nequidem una;) detexit.

Anno demum 1666, Tractatum edidit cui nomen fecit *Contra Geometras*, sive *De Principiis & Ratiocinatione Geometrarum*: Qui in *Euclidem* potissimum intenditur; sed desinit (ut sua fere solent omnia) in Circuli Quadraturam, Sectionem Anguli in ratione data, Duplicationem Cubi, Mediarum quotlibet Proportionalium inter datas rectas inven-

inventionem, &c. solennia ipsius nugamenta. In hunc (cum prolixam refutationem meruisse non videretur) *Animadversiones* meas; *Philosophicis Transactionibus* (pro *Augusto* mense, Anni 1666,) inseruit illarum editor.

Et jam nuperrime, in Belgio prodiisse audio, hæc eadem, si non omnia, pleraque saltem, *post auditas omnium* (& loquitur) *Objectiones*, iteratò edita. Sed non propterea opus erit eadem iteratò refellere. Si post auditas omnium objectiones, ea quæ falsa erant emendaverit, (quod vix putaverim;) esto. Si verò (quod potiùs crediderim) eadem vel non mutata, vel saltem non in melius, iterum obtrudat: Frontem magis ostentat, quàm ingenium. Neque est ut quisquam de illis admodum sit solicitus.

Tandem verò, (nequis eum saltem serò sapere suspicetur) has quas jam habemus, *De Quadratura Circuli*, *Cubatione Sphæræ*, & *Duplicatione Cubi*, tanquam postremas Curas emittit. Quæ ita pristinum sapiunt ingenium, cæteris simillima; ut qui vel has solas consideraverit, non diu poterit in ambiguo esse, quale vel de Præteritis Judicium formare debeat, vel de Futuris (siqua adhuc erunt) Expectationem.

FINIS.

IMPRIMATUR.

Junii 3. 1669. *Johan. Fell.* Vice-Can. Univers. *Oxon.*

235850

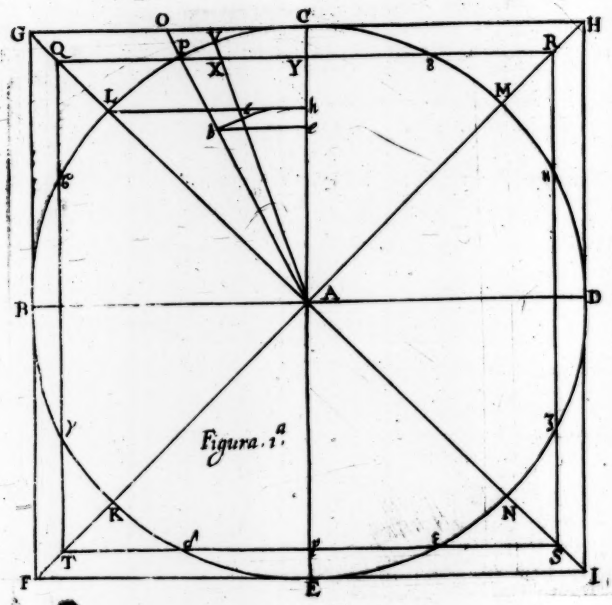

Figura. 1.ª

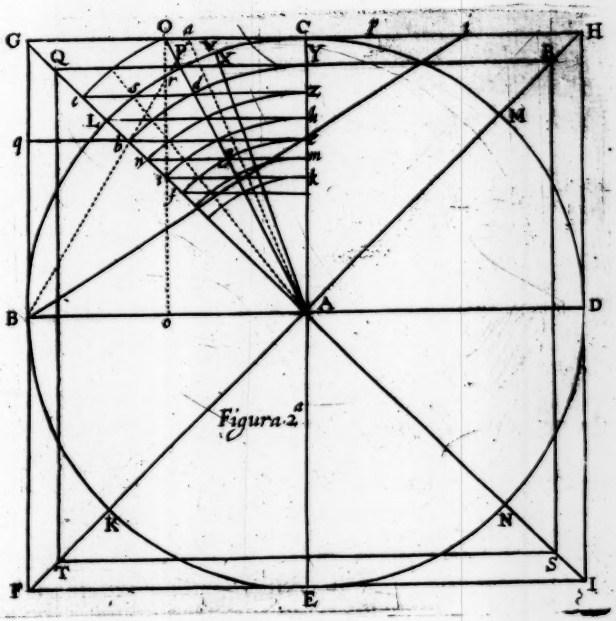

Figura. 2.ª